

Anlage 7: Querstrahlanlage – Ermittlung von Drehgeschwindigkeit und Schiffsbewegung

Transverse Thruster – Attempt of estimation of rotational speed and movement of a ship

Versuch der Ermittlung eines Zusammenhangs auf der Grundlage des Wasserwiderstandes mit einfachen, überschaubaren, ingenieurtechnischen Mitteln)*

1. Problem- und Zielstellung

- Es wird die Thematik „Was passiert, wenn nur die Querstrahlanlage in Betrieb ist?“ aufgegriffen.
- In Abhängigkeit von der auf ein Schiff wirkenden Schubkraft einer Querstrahlanlage sollen für vorgegebene, genäherte Geometrie und Widerstandsbeiwerte die Voraussetzungen zur Ermittlung der Drehgeschwindigkeit und der Schiffsbewegung erarbeitet werden.
- Die Lösung erfolgt aus der *Sicht eines Maschinenbauers* und nicht aus der eines Hydrodynamikers. Dabei sollen klassische, handhabbare und überschaubare ingenieurtechnische Methoden zur Lösung herangezogen werden.
- Die Lösung wird auf Grund der Annahmen und Vorgehensweise zunächst qualitativen und nur teilweise quantitativen Charakter haben. Sie soll aber eine Interpretation der Vorgänge bei der Schiffsbewegung anhand der verwendeten Parameter zulassen.
- Es sollte kein Problem sein, aus den ermittelten Geschwindigkeiten die Winkellage $\Omega(t)$ des Schiffs und anschließend die Bahnkurve des betrachteten Schiffs aus den Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung mittels einer Differenzenbetrachtung zu ermitteln.
- Es gibt sicher wesentlich anspruchsvollere Verfahren (z.B. mittels CFD), die eine genauere Ermittlung des erforderlichen Schubes einer QS-Anlage gestatten, die mit einer größeren Anzahl von Parametern einzelne Einflüsse berücksichtigen aber mit einem höheren Aufwand verbunden sind. Die hier dargestellte, recht einfache Berechnung / Abschätzung gibt Möglichkeit, sich schnell einen Überblick zu verschaffen insbesondere dann, wenn man sich in einem frühen Projektstadium befindet. Die folgenden Ausführungen lassen sich einfach in ein Excel-Programm überführen.
- *In eigener Sache:*
Da ich keinen Partner habe, der mir bzgl. Diskussion und Korrektur zur Seite steht, bin ich für jeden konstruktiven Hinweis zur Richtigstellung bzw. Fehlerbeseitigung dankbar.
- *Die nachstehenden Ausführungen sind nach besten Wissen und Gewissen ausgeführt. Fehler / Irrtümer sind nicht ausgeschlossen. Eine Nachrechnung wird deshalb empfohlen!*

2. Annahmen

1. Das Schiff wird vereinfacht als quadratisches Prisma mit den Abmessungen $L_{pp} \times B \times T$ und mit einem Widerstand in Längs- und in Querrichtung betrachtet, wobei die Widerstände unabhängig voneinander den jeweiligen Bewegungen in Längs- und Querrichtung zugeordnet sind. (Eine Annahme, die auf Widerspruch stoßen dürfte.)
2. Der Stab hat eine konstante Masseverteilung unter Einbeziehung des Blockkoeffizienten (Völligkeitsgrad). Der Masseschwerpunkt liegt auf Stabmitte.
3. Der Drehpunkt ist nicht identisch mit der Schiffsmitte.
4. Es wird nur der Unterwasserteil des Schiffs betrachtet.
5. Hydrodynamische Masse wird nicht berücksichtigt.
6. Auf das Schiff wirkende anderweitige Strömungen und Windlasten werden vernachlässigt.
7. Die Lage der QSA ist gegeben.
8. Die QSA erzeugt eine vorgegebene, konstante Kraft.
9. Die Schiffsbewegung setzt sich aus einer Rotation ω um einen zu ermittelnden Drehpunkt und einer Bewegung V in Längsrichtung zusammen.
10. Die Kräfte und Momente werden in einzelnen Komponenten ermittelt, was dazu führen kann, dass die Zusammenhänge nicht vollständig aber weitgehend erfasst werden.
11. Massenträgheitsmomente werden genähert durch das Trägheitsmoment eines Stabes.
12. Der Koordinatenursprung liegt im Drehpunkt des Schiffs.
13. Die Betrachtung zeitabhängiger Gleichgewichtszustände führt in der Folge zur Schiffsgeschwindigkeit und –bewegung.

5. Dimensionslose und relative Größen

Dimensionslose Schiffslänge	$l_{PP} [-]$	$\frac{L_{PP}}{L_{PP}} = 1$		1
Dimensionslose Breite	$b [-]$	$\frac{B}{L_{PP}}$		2
Dimensionslose Lage des Drehpunktes	$l_D [-]$	$\frac{L_D}{L_{PP}}$		3
Dimensionslose Lage Querstrahlanlage	$l_T [-]$	$\frac{L_T}{L_{PP}}$		4
Dimensionslose Längensvariable	$l [-]$	$\frac{L}{L_{PP}}$		5
Dimensionslose Bewegungskordinate / -variable	$\xi [-]$	$\frac{x}{L_{PP}}$		6
Dimensionslose Bewegungskordinate / -variable	$\eta [-]$	$\frac{y}{L_{PP}}$		7
Dimensionslose Winkelgeschwindigkeit	$\bar{\omega} [-]$	$\frac{\omega_{max}}{V}$		8
Dimensionslose Längsgeschwindigkeit	$\bar{v} [-]$	$\frac{V_{max}}{V}$		9
Relative Längsgeschwindigkeit	$v \left[\frac{1}{S} \right]$	$\frac{V}{L_{PP}}$		10

6. Kräfte- und Momentenbilanz

Kräfte und Momente senkrecht zu L_{PP} (Schiffsquerrichtung)		Bekannt: $\rho, L_{PP}, A_{UWL}, C_{WL}, T_{\Sigma}$	-	1
Schubkraft der Querschubanlage (QSA)	$T_{\Sigma} [N]$	Bekannt	-	2
Querkraft durch Beschleunigung beim Drehen	$F_{\dot{\omega}} [N]$	$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot \dot{\omega} \cdot \int_{(L_D-L_{PP})}^{L_D} L \cdot dL$		3
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot \int_{(l_D-1)}^{l_D} l \cdot dl$		4
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot I_1$	I_1	5
Querkraft durch Schiffswiderstand beim Drehen	$F_{C_{WQ}} [N]$	$\frac{\rho}{2} \cdot \frac{A_{UWL}}{L_{PP}} \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot \left(\int_0^{L_D} L^2 \cdot dL + \int_{(L_D-L_{PP})}^0 L^2 \cdot dL \right)$		6
		$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot \left(\int_0^{l_D} l^2 \cdot dl + \int_{(l_D-1)}^0 l^2 \cdot dl \right)$		7
		$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_2$	I_2	8
				9
Moment infolge der Schubkraft der QSA	$M_{T_{\Sigma}} [Nm]$	$T_{\Sigma} \cdot (L_D - L_T)$		10
		$T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)$		11
Moment infolge Drehbeschleunigung $\dot{\omega}$	$M_{\dot{\omega}} [Nm]$	$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot \int_{(l_D-1)}^{l_D} l^2 \cdot dl$		12
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot I_3$	I_3	13
Moment durch Schiffswiderstand beim Drehen	$M_{C_{WQ}} [Nm]$	$\frac{\rho}{2} \cdot \frac{A_{UWL}}{L_{PP}} \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot \left(\int_0^{L_D} l^3 \cdot dl - \int_{(L_D-L_{PP})}^0 l^3 \cdot dl \right)$		14
		$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot \left(\int_0^{l_D} l^3 \cdot dl - \int_{(l_D-1)}^0 l^3 \cdot dl \right)$		15
		$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_4$	I_4	16
				17
Bilanz				18
		$\sum F_Q = 0 = T_{\Sigma} - F_{\dot{\omega}} - F_{C_{WL}} = T_{\Sigma} - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot I_1 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_2$	-	20
		$\sum M_T = 0 = M_{T_{\Sigma}} - M_{\dot{\omega}} - M_{C_{WL}} = T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_4$	-	21
				22
				23
				24

Kräfte in Richtung L_{PP} (Schiffslängsrichtung)		Bekannt: $\rho, L_{PP}, A_{UWB}, C_{WB}, l_D, \omega$	-	25
Längskraft durch Schiffswiderstand beim Drehen	$F_{CWL} [N]$	$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWB} \cdot C_{WL} \cdot V^2; V = L_{PP} \cdot v$	-	26
		$\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWB} \cdot C_{WL} \cdot L_{PP}^2 \cdot v^2$	-	28
Fliehkraft infolge der Schiffsrotation in Längsrichtung	$F_{\omega^2} [N]$	$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot \omega^2 \cdot \int_{(l_D-L_{PP})}^{l_D} L \cdot dL$	-	29
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \omega^2 \cdot \int_{(l_D-1)}^{l_D} l \cdot dl$	-	30
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \omega^2 \cdot I_1$	I_1	31
Beschleunigungskraft in Längsrichtung	$F_{\dot{V}} [N]$	$m \cdot \dot{V} = \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP} \cdot \dot{V}$	-	32
		$\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{v}$	-	33
			-	34
Bilanz			-	35
$\sum F_L = 0 = F_{\omega^2} - F_{\dot{V}} - F_{CWB} = \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \omega^2 \cdot I_1 - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{v} - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWB} \cdot C_{WL} \cdot L_{PP}^2 \cdot v^2$			-	36
			-	37

Integrale			Check /Symmetrie $l_D = \frac{1}{2}$	$l_D = 1$
$I_1 = \int_{(l_D-1)}^{l_D} l \cdot dl = \left[\frac{l^2}{2} \right]_{(l_D-1)}^{l_D} = \left[\frac{l_D^2}{2} - \frac{(l_D-1)^2}{2} \right] = I_1 = l_D - \frac{1}{2}$		F_{ω^2}	$\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$	$\frac{1}{2}$
$I_2 = \int_0^{l_D} l^2 \cdot dl + \int_{(l_D-1)}^0 l^2 \cdot dl = \left[\frac{l^3}{3} \right]_0^{l_D} + \left[\frac{l^3}{3} \right]_{(l_D-1)}^0 = \left[\frac{l_D^3}{3} - \frac{(l_D-1)^3}{3} \right] = I_2 = \frac{2 \cdot l_D^2}{3} - l_D^2 + l_D - \frac{1}{3}$		F_{CWL}	$\frac{1}{24} - \frac{1}{24} = 0$	$\frac{1}{3}$
$I_3 = \int_{(l_D-1)}^{l_D} l^2 \cdot dl = \left[\frac{l^3}{3} \right]_{(l_D-1)}^{l_D} = \left[\frac{l_D^3}{3} - \frac{(l_D-1)^3}{3} \right] = I_3 = l_D^2 - l_D + \frac{1}{3}$		M_{ω^2}	$\frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
$I_4 = \int_0^{l_D} l^3 \cdot dl - \int_{(l_D-1)}^0 l^3 \cdot dl = \left[\frac{l^4}{4} \right]_0^{l_D} - \left[\frac{l^4}{4} \right]_{(l_D-1)}^0 = \left[\frac{l_D^4}{4} - \frac{(l_D-1)^4}{4} \right] = I_4 = \frac{l_D^4}{2} - l_D^3 + \frac{3 \cdot l_D^2}{2} - l_D + \frac{1}{4}$		M_{CWL}	$\frac{1}{64} + \frac{1}{64} = \frac{1}{32}$	$\frac{1}{4}$
				38

7. Grenzwerte für den Drehpunkt l_D (wichtig für die spätere erforderliche iterative Berechnung)

Ermittlung des Grenzwertes für $t \rightarrow \infty, \omega = \omega_{max} = const, \dot{\omega} = 0$: $L_D(L_T)$		1
$\sum F_Q = 0 = T_{\Sigma} - \rho \cdot A_{UWB} \cdot C_B \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot I_1 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_2 \rightarrow \omega^2 = \frac{T_{\Sigma}}{\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot I_2}$		2
$\sum M_T = 0 = T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_4 \rightarrow \omega^2 = \frac{T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot I_4}$		3
$\frac{T_{\Sigma}}{\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot I_2} = \frac{T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot I_4} \rightarrow 1 - \frac{l_2}{l_4} \cdot (l_D - l_T) = 0$ Ermittlung von $l_{D,\omega=0} = l_{D,\dot{\omega}=0} = f(l_T)$ durch Iteration		4
$l_{D,\dot{\omega}=0} = l_{T,\dot{\omega}=0} + \frac{l_4}{l_2}, \quad \omega_{max}^2 = \frac{T_{\Sigma}}{\frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot I_2}$		5
		6
Ermittlung des Grenzwertes für $t = 0, \dot{\omega} = \dot{\omega}_{max}, \omega = 0$; $L_D(L_T)$		7
$\sum F_Q = 0 = T_{\Sigma} - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot I_1 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_2 \rightarrow \dot{\omega} = \frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1}$		8
$\sum M_T = 0 = T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_4 \rightarrow \dot{\omega} = \frac{T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3}$		9
$\frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1} = \frac{T_{\Sigma} \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3} \rightarrow 1 - \frac{l_1}{l_3} \cdot (l_{D,\dot{\omega}=0} - l_T) = 0$ Ermittlung von $l_{D,\dot{\omega}=0} = f(l_T)$ durch Iteration		10
$l_{D,\dot{\omega}=0} = l_{T,\dot{\omega}=0} + \frac{l_3}{l_1}, \quad \dot{\omega}_{max} = \frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1}$		11
*) Dieser Iterationsprozess zur Ermittlung der Extremwerte lässt sich mit Excel realisieren, ist aber sehr expansiv!		12

8. Lösungen für die Differentialgleichungen

DGL. für der Kräfte und Momente quer zur Schiffslängsrichtung		01
$\sum F_Q = 0 = T_{\Sigma} - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{\omega} \cdot I_1 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_2$		02
$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{\Sigma} - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^2 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1} \rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1} - \frac{A_{UWL} \cdot C_{WQ} \cdot I_2}{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot I_1} \cdot \omega^2$		03
$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1} - \frac{A_{UWL} \cdot C_{WQ} \cdot I_2}{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot I_1} \cdot \omega^2$		04
$dt = \frac{d\omega}{\frac{T_{\Sigma}}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot I_1} - \frac{A_{UWL} \cdot C_{WQ} \cdot I_2}{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot I_1} \cdot \omega^2} = \frac{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot I_1}{A_{UWL} \cdot C_{WQ} \cdot I_2} \cdot \left(\frac{d\omega}{\frac{2 \cdot T_{\Sigma}}{\rho \cdot L_{PP}^2 \cdot A_{UWB} \cdot C_{WQ} \cdot I_2} - \omega^2} \right)$		05
$t_F = t = b_F \cdot \int_0^{\omega} \frac{1}{a_F^2 - \omega^2} \cdot d\omega = t = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_F}{a_F} \cdot \ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right) = t = \frac{b_F}{a_F} \cdot \operatorname{artanh} \left(\frac{\omega}{a_F} \right)$ mit $a_F = \sqrt{\frac{2 \cdot T_{\Sigma}}{\rho \cdot L_{PP}^2 \cdot A_{UWB} \cdot C_{WQ} \cdot I_2}}$ und $b_F = \frac{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot I_1}{A_{UWL} \cdot C_{WQ} \cdot I_2} = b \cdot \frac{l_1}{l_2}$	a_F b_F	06
$\omega_F = a_F \cdot \frac{\left(e^{\frac{2 \cdot a_F \cdot t}{b_F}} - 1 \right)}{\left(e^{\frac{2 \cdot a_F \cdot t}{b_F}} + 1 \right)}$ oder $t_F = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_F}{a_F} \cdot \ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right)$		07
		8

$\Sigma M_T = 0 = T_\Sigma \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot \dot{\omega} \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2 \cdot I_4$		9
$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_\Sigma \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3}$		10
$dt = \frac{d\omega}{\frac{T_\Sigma \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T) - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWL} \cdot L_{PP}^3 \cdot C_{WQ} \cdot \omega^2}{\rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3 - \frac{\rho}{2} \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3 \cdot I_3}} = \frac{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3}{A_{UWL} \cdot C_{WL} \cdot I_4} \cdot \frac{d\omega}{\frac{2 \cdot T_\Sigma \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\rho \cdot A_{UWL} \cdot C_{WL} \cdot L_{PP}^3} - \omega^2}$		11
$t_M = t = b_M \cdot \int_0^\omega \frac{1}{a_M^2 - \omega^2} \cdot d\omega = t = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_M}{a_M} \cdot \ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right) = t = \frac{b_M}{a_M} \cdot \operatorname{artanh} \left(\frac{\omega}{a_M} \right)$ mit $a_M = \sqrt{\frac{2 \cdot T_\Sigma \cdot L_{PP} \cdot (l_D - l_T)}{\rho \cdot L_{PP}^2 \cdot A_{UWL} \cdot C_{WL} \cdot I_4}} = a \cdot \sqrt{\frac{l_D - l_T}{I_4}}$; $b_M = \frac{2 \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^3}{A_{UWL} \cdot C_{WL} \cdot I_4} = b \cdot \frac{I_3}{I_4}$; $\omega(t=0) = 0$	a_M b_M	12
$\frac{a_M}{a_F} = \sqrt{\frac{I_2}{I_4}} \cdot \sqrt{l_D - l_T}$ und $\frac{b_F}{b_M} = \frac{I_1 \cdot I_4}{I_2 \cdot I_3} \rightarrow \frac{a_M}{a_F} \cdot \frac{b_F}{b_M} = \sqrt{\frac{I_2^2 \cdot I_4}{I_2^2 \cdot I_2}} \cdot \sqrt{l_D - l_T}$		13
$\omega_M = a_M \cdot \left(\frac{e^{\frac{2 \cdot a_M}{b_M} t} - 1}{e^{\frac{2 \cdot a_M}{b_M} t} + 1} \right)$ oder $t_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{b_M}{a_M} \cdot \ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right)$		14

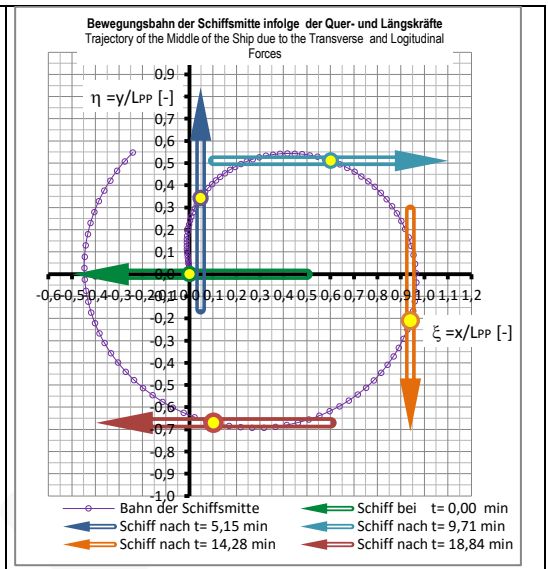
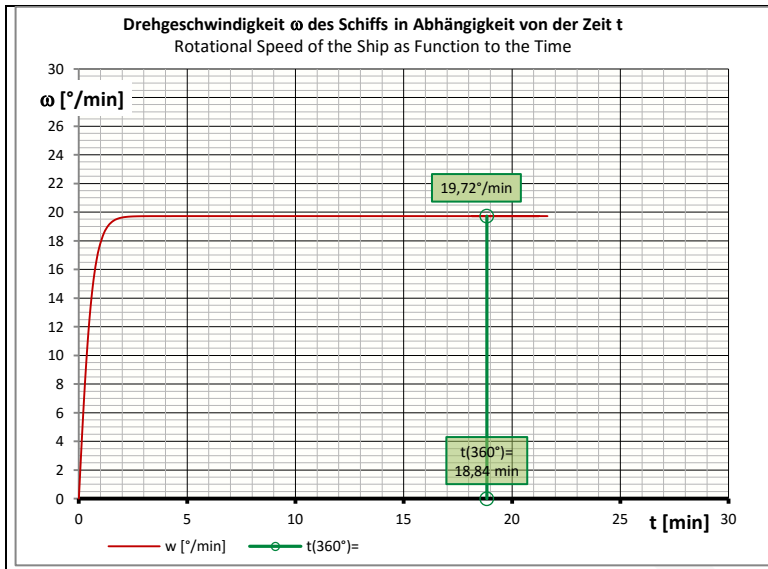
9. Ermittlung von t bzw. ω

Das Gleichsetzen von $t_M = t_F = t$ bzw. $\omega_M = \omega_F = \omega$ bedeutet, dass l_D entsprechend bis zur Übereinstimmung modifiziert werden muss (Iterationsprozess zwischen dem maximalen und minimalen Wert von l_D). Auf diese Weise kann t bzw. ω ermittelt werden.	8.07 8.14	01
$1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{b_F}{a_F} \cdot \ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right)}{\frac{1}{2} \cdot \frac{b_M}{a_M} \cdot \ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right)} = \frac{a_M}{a_F} \cdot \frac{b_F}{b_M} \cdot \frac{\ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right)}{\ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right)} = \frac{l_1 \cdot I_4}{l_2 \cdot I_3} \cdot \sqrt{\frac{l_2 \cdot (l_D - l_T)}{I_4}} \cdot \frac{\ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right)}{\ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right)}$		02
$\ln \left(\frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} \right) = \ln \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right) \cdot \frac{l_1 \cdot I_4}{l_2 \cdot I_3} \cdot \sqrt{\frac{l_2 \cdot (l_D - l_T)}{I_4}} \rightarrow \frac{a_M + \omega}{a_M - \omega} = \left(\frac{a_F + \omega}{a_F - \omega} \right) \sqrt{\frac{l_1^2 \cdot I_4}{l_2^2 \cdot I_2} \cdot (l_D - l_T)}$		03
		04
		05
DGL. der Kräfte und Momente in Schiffsängsrichtung		06
$\Sigma F_L = 0 = \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \omega^2 \cdot I_1 - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{v} - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWB} \cdot C_{WL} \cdot L_{PP}^2 \cdot v^2$ $\Sigma F_L = 0 = \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \omega^2 \cdot I_1 - \rho \cdot C_B \cdot A_{UWB} \cdot L_{PP}^2 \cdot \dot{v} - \frac{\rho}{2} \cdot A_{UWB} \cdot C_{WL} \cdot L_{PP}^2 \cdot v^2$ $0 = \omega^2 \cdot I_1 - \dot{v} - \frac{C_{WL}}{2 \cdot C_B} \cdot v^2 \quad \dot{v} = \frac{C_{WL}}{2 \cdot C_B} \cdot (\omega^2 \cdot I_1 - v^2)$		07
$dt = \frac{2 \cdot C_B}{C_{WL}} \cdot \frac{dv}{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1 - v^2}$ Lösung der Gleichung wie oben		08
$t = \frac{2 \cdot C_B}{C_{WL}} \cdot \int_0^v \frac{1}{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1 - v^2} \cdot dv = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot C_B}{C_{WL}} \cdot \sqrt{\frac{C_{WL}}{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1}} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1}{C_{WL}}} + v}{\sqrt{\frac{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1}{C_{WL}}} - v} \right) = \sqrt{\frac{C_B}{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1}{C_{WL}}} + v}{\sqrt{\frac{2 \cdot \omega^2 \cdot C_B \cdot I_1}{C_{WL}}} - v} \right)$		09
$\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t = \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} + v}{\sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} - v} \right) \rightarrow e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} - v \right) = \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} + v$		10
$e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} - e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} \cdot v = \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} + v \rightarrow e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} - \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} = e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} \cdot v + v$		11
$\left(e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} = \left(e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} + 1 \right) \cdot v \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot C_B \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_{WL}}} \cdot \frac{e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} - 1}{e^{\sqrt{\frac{2 \cdot C_{WL} \cdot \omega^2 \cdot I_1}{C_B}} \cdot t} + 1}$ mit $v = \frac{v}{L_{PP}} [s^{-1}]$		12

10. Ergebnis

											1
											2
											3
											4
											5

o Alle Gleichungen sind beschrieben, mit denen Dreh- und Längsgeschwindigkeit und daraus die Schiffsbewegung ermittelt werden können.
o Dazu wurde ein Excel-Programm erarbeitet mit dem Ergebnis:
Eine problemlose Näherung mittels Iteration von l_D ist möglich für $0,5 < l_D \leq 1,0$ bei Vorgabe
- von ω unter der Bedingung $t_F = t_M$ im Bereich $0 \leq \omega < 0,95 \omega_{max}$ und
- von t unter der Bedingung $\omega_F = \omega_M$ im Bereich $0,95 \omega_{max} \leq \omega < \omega_{max}$.



11. Hinweise

- Beispielschiff:
Die Schiffe in Hamburg und auf der Elbe - Seite 63 - Google Books-Ergebnisseite
books.google.de/books/isbn=3938017589
 Thomas Kunadt - 2006
 Stückgut-RoRo-Frachter, Russland-Linie zum Südwestterminal; seit 1990 9 x in ...Gebaut 1983 auf der Warnowwerft, Warnemünde/DDR No. 152. KAPITAN VAKULA
 RoRo 152 der Warnowwerft Bj. 1983, 14009 BRZ, 19252 t, $L=162\text{m}$, $B=22,9\text{m}$, $T=9,9\text{m}$,
 QSA des DMR: $P_{QSA}=740 \text{ kW}$, $T_{\square}=112 \text{ kN}$, $L_r=9\text{m}$ (geschätzt)
- Strömungswiderstände:

Schiffstyp	Schiffslänge L_{PP} m	Blockkoeffizient C_B -	Geschwindigkeit V_S		Widerstand C_{WL}		Widerstand C_{WQ}
			kn	m/s	für V_S [kn]	für V_S [m/s]	für [m/s]
Größerer Stückgutfrachter 1)	150	0,7	16 14	31 27	0,071 0,065	0,27 0,25	
Großes Containerschiff 1)	270	0,6	29 25	56 49	0,093 0,068	0,35 0,26	
Großer Tanker 1)	350	0,85	15	29	0,037	0,14	
Titanic 2)	269		35	18	0,079	0,3	
Kegel 30° ohne Boden 3)						0,34	
Halbkugel 3)						0,34	
Prismatischer Stab \square senkrecht angeströmt 3)	$L \rightarrow \infty$						$\approx 2,05$
Prismatischer Stab \diamond senkrecht angeströmt 3)	$L \rightarrow \infty$						$\approx 1,55$
Zylinder \circ senkrecht angeströmt 3)	$L \rightarrow \infty$						$\approx 1,0$
			1 kn = 0,5144 m/s			$0,5144^{-2}$	
Quellen: 1) http://konstruktions-web.info/downloads_sb/A3_Schiffswiderstand_Vortrieb.pdf 2) https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ifdn-physik/leistung.pdf 3) Bohl, Willi: Technische Strömungslehre, Vogel-Buchverlag Würzburg 1971, 6. Auflage 1984							