

Manson-Heißluft-Motor

Manson-Hot-Air-Engine

Klaus-Jürgen Bladt

Rostock, 2012-02-20

3.Ausgabe - 3rd redaction (2014_11_03)

Die Dokumentation wurde mit bestem Wissen und Gewissen erarbeitet. Trotz sorgfältiger inhaltlicher Kontrolle erhebt die Dokumentation keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Richtigkeit. Unbeabsichtigte Fehler können auftreten. Hinweise auf inhaltliche Verbesserungen sind erwünscht. Für die Vervielfältigung des Dokumentes und die Übernahme von Auszügen ist die Zustimmung des Autors erforderlich. Für den Inhalt verlinkter Seiten sind ausschließlich deren Betreiber verantwortlich.

The paper was prepared to best of one's knowledge. The paper makes no claim to be complete and correct in spite of the careful control. References for improvements with regard to the content are welcome. The Duplication of the document and the taking over abridges require the approval of the author. The linked WEB-Site operators are responsible for contents of their own sites.

Manson- Heißluft-Motor *) Manson-Hot-Air-Engine *)



Anregung für die Berechnung gab die Web-Site von Pierre Gras **)

The stimulation for this calculation was the Web-Site of Pierre Gras **)

1. Kenngrößen / Dimensionen

Parameter / dimensions

Geometrie

Geometry

Kolbendurchmesser / Arbeitsseite (kalt)
driving piston diameter/working side (cold)

D_1 [m]

Kolbendurchmesser / Verdrängerseite
displacer diameter / displacer side (hot)

D_2 [m]

Zylinderdurchmesser
diameter of cylinder

D_C [m]

Leitungsdurchmesser
diameter of vent pipe

D_V [m]

Zylinderlänge
length of cylinder

L_C [m]

Kolbenlänge
length of piston

L_P [m]

Leitungslänge zu den Steueröffnungen
length of vent pipe for depressurizing

L_V [m]

kinematische Größen

Kurbelradius
crank radius

r [m]

Pleuellänge
length of con rod

l [m]

Rechengrößen:

Kurbel / Pleuel – Verhältnis
crank/ con-rod relation

$\lambda = r / l$ [-]

Kurbelwinkel
crank angle

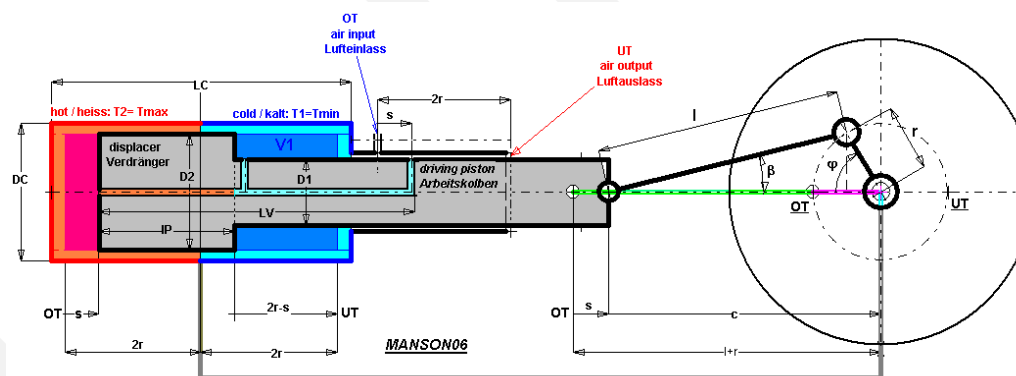
φ [-°],
 $\varphi = 0^\circ$ für OT

Kolbenweg
piston travel

s [m]

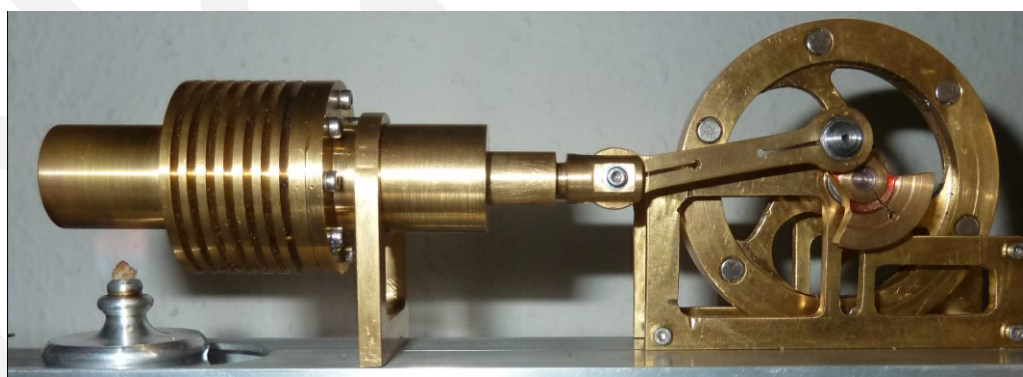
maximaler Kolbenweg
maximum of piston travel

$s_{max} = 2 \cdot r$ [m]



Die mit Gas(Luft) gefüllten Räume sind plausibel und einfach aufgeteilt in ‚heiss‘-Räume und ‚kalt‘-Räume, so dass eine thermodynamische Berechnung möglich wird.

The with gas (air) loaded volume are plausible and elementary differentiated in 'hot'-volume and 'cold'-volume, so that it is possible to calculate a thermodynamic process



19	Ringfläche des Kolbens der Arbeitsseite (kalt) <i>ring surface of piston / working side (cold)</i>	$A_1 [m^2]$		
20	Fläche des Kolbens der Verdrängerseite (heiß) <i>piston area of displacer (hot)</i>	$A_2 [m^2]$		
21	Fläche des Kolbens (effectiv) <i>piston area (effectiv)</i>	$A_3 [m^2]$		
22	Fläche der Steuerleitung <i>cross section area</i>	$A_P [m^2]$		
23	variables Volumen der Arbeitsseite (kalt) <i>variable volume of the working side (cold)</i>	$V_{01} [m^3]$	Maximum des variablen Volumens der Arbeitsseite (kalt) <i>maximum of the variable volume of the working side (cold)</i>	$V_{01max} [m^3]$
24	variables Volumen der Verdrängerseite (heiß) <i>variable volume of the displacer side (hot)</i>	$V_{02} [m^3]$	Maximum des variablen Volumens der Verdrängerseite (warm) <i>maximum of the variable volume of the working side (cold)</i>	$V_{02max} [m^3]$
25	Totvolumen der Arbeitsseite (kalt) <i>dead space of the working side (kalt)</i>	$V_{d1} [m^3]$		
26	Totvolumen der Verdrängerseite (heiß) <i>dead space of the displacer side (warm)</i>	$V_{d2} [m^3]$		
27	gesamtes Volumen der Arbeitsseite (kalt) <i>complete volume of the working side (cold)</i>	$V_1 [m^3]$	Maximum des gesamten Volumens der Arbeitsseite (kalt) <i>maximum of the complete volume of the working side (cold)</i>	$V_{1max} [m^3] = V_{01max} + V_{d1}$
28	gesamtes Volumen der Verdrängerseite (heiß) <i>complete volume of the displacer side (hot)</i>	$V_2 [m^3]$	Maximum des gesamten Volumens der Verdrängerseite (warm) <i>maximum of the complete volume of the working side (cold)</i>	$V_{2max} [m^3] = V_{02max} + V_{d2}$
29	Thermodynamik <i>Thermodynamic</i>			
30	Temperatur der Arbeitsseite (kalt) <i>temperature of the working side (cold)</i>	$T_1 = T_{min} [°K]$		
31	Temperatur der Verdrängerseite (heiß) <i>temperature of the displacer side (hot)</i>	$T_2 = T_{max} [°K]$		
32	atmosphärischer Druck <i>athmospheric pressure</i>	$p_{atm} [kg/m/s^2]$		
33	mittlerer Druck $0° \leq \varphi \leq 180°$ <i>mean pressure $0° \leq \varphi < 180°$</i>	$p_{m1} [kg/m/s^2]$		
34	mittlerer Druck $180° \leq \varphi \leq 360°$ <i>mean pressure $180° \leq \varphi < 360°$</i>	$p_{m2} [kg/m/s^2]$		
35	mittlere Differenzdruck <i>mean pressure difference</i>	$\Delta p_m [kg/m/s^2]$		
36	Drehzahl <i>number of revolutions</i>	$n [min^{-1}], [rpm]$		
37	Drehzahl <i>number of revolutions [rps]</i>	$n_s [s^{-1} = Hz]$		
38	Winkelgeschwindigkeit <i>angular velocity</i>	$\omega [rad/s]$		
39	Zeit <i>time</i>	$t [s]$		
40	molare Menge (Teilchenmenge/-anzahl) <i>molar quantity</i>	$n^* [mol]$		

41	spezifische molare Masse der Luft <i>specific molar mass of the air</i>	$M_{air} [kg/mol] = 0,02896$		
42	Masse der erwärmten Luft bei UT für V_{02max} <i>mass of the heated air in the position UT for V_{02max}</i>	$M_{02} [kg]$		
43	Masse der Luft für $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ <i>mass of air in the range $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$</i>	$m^*_{1} [kg]$		
44	Masse der Luft für $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ <i>mass of air in the range $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$</i>	$m^*_{2} [kg]$		
45	allgemeine Gaskonstante <i>universal (molar) gas constant</i>	$R [J/mol/^\circ K]$		
46	spezifische Gaskonstante für Luft <i>specific gas constant</i>	$R_s [J/kg/^\circ K]$		
47	spezifische Wärmekapazität für Luft <i>specific heat capacity of air</i>	$C_{V=const} [J/kg/^\circ K = m^2/s^2/^\circ K] \approx 740$		
48	spezifische Wärmekapazität für Luft <i>specific heat capacity of air</i>	$C_{p=const} [J/Kg/^\circ K] = m^2/s/^\circ K] \approx 1025$		
49	Dichte der Luft (Normbedingungen) <i>density of air (normal conditions)</i>	$\rho [kg/m^3] \approx 1,293$		
50	Enthalpie (Innere Energie) <i>enthalpy (internal energy)</i>	$U [J = kgm^2/s^2]$		
51	Wärmemenge <i>heat quantity</i>	$Q [J = kg/m^2/s^2]$		
52	mechanische Arbeit <i>mechanical work / output</i>	$W [J = kgm^2/s^2]$		
53	Leistung <i>Power / engine output</i>	$P [W=kgm^2/s^3]$		
54	mechanischer Wirkungsgrad <i>mechanical efficiency</i>	$\eta_{mech} [-]$	Carnot-Wirkungsgrad <i>Carnot-efficiency</i>	$\eta_{carnot} [-]$
55				
56				
57	3. Kinematik und Kräfte am Pleuel <i>kinematic and forces</i>			
58	Kolbenweg bezogen auf OT mit $\varphi = 0^\circ$ <i>piston travel related on OT mit $\varphi = 0^\circ$</i>			
59	minimaler Kolbenweg <i>minimal travel</i>	$s_{min} = s(\varphi = 0^\circ) = 0$	Oberer Totpunkt OT <i>upper dead centre OT</i>	
60	maximaler Kolbenweg <i>maximal travel</i>	$s_{max} = s(\varphi = 180^\circ) = 2 \cdot r$	Unterer Totpunkt UT <i>outer dead centre UT</i>	

61		$l \cdot \sin \beta = r \cdot \sin \varphi, \quad \lambda = \frac{r}{l}$	
62		$\sin \beta = \frac{r}{l} \cdot \sin \varphi = \lambda \cdot \sin \varphi$	
63		$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi$	
64	Geometrische Zusammenhänge <i>geometrical relation</i>	$\cos \beta = \sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}$	
65		$c^* = l \cdot \cos \beta + r \cdot \cos \varphi, \quad c^* = l \cdot (\cos \beta + \lambda \cdot \cos \varphi) = l \cdot (\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi} + \lambda \cdot \cos \varphi)$	
66		$s(\varphi) = (l + r) - c^* = l + r - l \cdot (\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi} + \lambda \cdot \cos \varphi) = l \cdot [1 + \lambda \cdot (1 - \cos \varphi) - \sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}]$	
67		$s(\varphi) = l \cdot [\lambda \cdot (1 - \cos \varphi) + (1 - \sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi})]$ $s(\varphi) = r \cdot (1 - \cos \varphi) + l \cdot (1 - \sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi})$ $s(\varphi) = r \cdot [(1 - \cos \varphi) + \frac{1}{\lambda} \cdot (1 - \sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi})]$	
68			
69	Potenzreihenentwicklung für Näherung <i>power series expansion for approximation</i>	$\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi} = [1 - \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi - \frac{1}{8} \cdot \lambda^4 \cdot \sin^4 \varphi - \dots] \Rightarrow \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi \quad \text{für } \lambda^{n \geq 4} \ll 1$	
70		$s = r \cdot [(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^2 \varphi] \quad \text{oder mit } \sin^2 \varphi = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2\varphi)$	
71	Näherungsgleichung <i>equation for approximation</i>	$s = r \cdot [(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos 2\varphi)]$	
72	Käfte <i>forces</i>		
73	Kolben / Pleuel <i>Piston / piston rod</i>	$F_k = A_3 \cdot (p(s(\varphi)) - p_{atm}); \quad F_{st} = \frac{F_k}{\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}}; \quad F_n = \frac{F_k \cdot \lambda \cdot \sin \varphi}{\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$	
74	Pleuel / Kurbel <i>Piston rod / crank pin</i>	$F_t = F_k \cdot \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \right); \quad F_r = F_k \cdot \left(\cos \varphi - \frac{\lambda \cdot \sin^2 \varphi}{\sqrt[2]{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \right)$	
75			

76	4. Thermodynamik / stationäre Betrachtung <i>thermodynamic / static consideration</i>	Anregung für die Berechnung gab die Web-Site von Pierre Gras **) The stimulation for this calculation was the Web-Site of Pierre Gras **)
77	1. Hauptsatz <i>1st Law of thermodynamics</i>	Die Änderung der inneren Energie (Enthalpie) = ausgetauschte Wärme + geleistete Arbeit <i>Change of internal energy (enthalpy) = exchanged heat + effected work</i> $dU = \delta Q + \delta W \Rightarrow \Delta U = \Delta Q + \Delta W$ zugeführte Wärme : ΔQ (+), die geleistete (abgeführte) mechanische Arbeit: W (-) <i>head input : effected mechanical work (output):</i>
78	Geleistete, momentane mechanische Arbeit <i>mechanical present work / output</i>	$\delta W = F \cdot ds = \frac{F_K}{A} \cdot [A \cdot ds] = p \cdot dV \Rightarrow \Delta W \approx p \cdot \Delta V =$
80	Flächen und Volumina (siehe Skizze) areas and volume (look at sketch)	
81	Volumen der kalten Seite <i>volume of the cold side</i>	
82	Veränderliches Volumen der kalten Seite ohne Totraum <i>variable volume of the cold side without dead space</i>	$A_1 = \pi \cdot \frac{D_2^2 - D_1^2}{4} = A_{min}; \quad V_{01} = \pi \cdot \frac{D_2^2 - D_1^2}{4} \cdot (2r - s(\varphi))$ $V_{01}(\varphi) = \frac{\pi}{4} \cdot (D_2^2 - D_1^2) \cdot (2 \cdot r - s(\varphi)) = A_1 \cdot (2 \cdot r - s(\varphi)) = A_1 \cdot r \cdot [(1 + \cos \varphi) - \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos 2\varphi)]$ $V_{01max} = V_{01}(\varphi = 0) = \pi \cdot \frac{D_2^2 - D_1^2}{4} \cdot 2 \cdot r = 2 \cdot r \cdot A_1$
83	Totraum der kalten Seite <i>dead storage space</i>	$V_{d1} = \frac{\pi}{4} \cdot \left((D_2^2 - D_1^2) \cdot \frac{L_C - L_P - 2 \cdot r}{2} + (D_c^2 - D_2^2) \cdot \frac{L_C}{2} + D_v^2 \cdot (L_v - L_p) \right) = const$ ⁹⁾ siehe Skizze oben / <i>see sketch above</i>
84	Veränderliches Volumen der kalten Seite mit Totraum <i>variable volume of the cold side with dead space</i>	$V_1(\varphi) = \frac{V_{01max}}{2} \cdot [(1 + \cos \varphi) - \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\varphi)] + V_{d1} = \frac{\pi}{4} \cdot (D_2^2 - D_1^2) \cdot (2 \cdot r - s(\varphi)) + V_{d1} = A_1 \cdot (2 \cdot r - s(\varphi)) + V_{d1}$ $V_{1max} = V_1(\varphi = 0^\circ) = V_{01max} + V_{d1} = A_1 \cdot 2r + V_{d1}; \quad V_{1min} = V(\varphi = 180^\circ) = V_{d1}$
86	Volumen der warmen Seite <i>Volume of the hot side</i>	
87	Veränderliches Volumen der heißen Seite ohne Totraum <i>variable volume of the hot side</i>	$A_2 = \pi \cdot \frac{D_2^2}{4} = A_{max}; \quad V_{02} = \pi \cdot \frac{D_2^2}{4} \cdot s(\varphi);$ $V_{02}(\varphi) = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot r \cdot [1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos 2\varphi)] = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot s = A_2 \cdot s(\varphi)$ $V_{02max} = V_{02}(\varphi = \pi) = \pi \cdot \frac{D_2^2}{4} \cdot 2 \cdot r = 2 \cdot r \cdot A_2;$
88	Totraum der heißen Seite <i>dead storage space of the hot side</i>	$V_{d2} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_2^2 \cdot \frac{L_C - L_P - 2 \cdot r}{2} + (D_c^2 - D_2^2) \cdot \frac{L_C}{2} + D_v^2 \cdot L_p \right) = const$ ⁹⁾ siehe Skizze oben / <i>see sketch above</i>
89	Veränderliches Volumen der heißen Seite mit Totraum <i>variable volume of the hot side with dead space</i>	$V_2(\varphi) = \frac{V_{02max}}{2} \cdot [(1 - \cos \varphi) - \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\varphi)] + V_{d2} = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot s(\varphi) + V_{d2} = A_2 \cdot s(\varphi) + V_{d2}$ $V_{2min} = V_2(\varphi = 0^\circ) = V_{d2}; \quad V_{2max} = V_2(\varphi = 180^\circ) = V_{02max} + V_{d2} = A_2 \cdot 2 \cdot r + V_{d2}$

90		<p>°) Halbes axiales Kolbenspiel auf jeder Seite und radiales Zylinder-Kolbenspiel. $V_{d1/2}$ kann auch direkt vorgeben werden. <i>half axial piston clearance on both sides of cylinder and radial cylinder-piston clearance. $V_{d1/2}$ can be direct forced too.</i></p>
91	Veränderliches Arbeitsvolumen <i>variable working volume</i>	$A_3 = \pi \cdot \frac{D_l^2}{4} = A_K = A_2 - A_1 ; \quad V_{03} = A_3 \cdot s(\varphi) ; \quad V_{03\max} = A_3 \cdot 2 \cdot r$
92		
93	Berechnung / Abschätzung der mechanischen Arbeit <i>Calculation / estimation of mechanical work:</i>	
94	Stoffmenge des Gase in Mol (Anzahl der Teilchen) <i>Quantity of gas in Mol (quantity of particles)</i>	$n^* = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} [mol]$
95	Allgemeine Gaskonstante <i>Universal Gas Constant</i>	$R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot ^\circ K} \left[= \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot mol \cdot ^\circ K} \right]$ <p>Universelle Gaskonstante ist die Proportionalitätskonstante R der Allgemeinen Gasgleichung (Avogadro) <i>The universal molar gas constant is the Proportionality Constant R in the General Gas Equation (Avogadro)</i></p>
96	Speziellen Gaskonstante <i>Specific Gas Constant</i>	$R_s = \frac{R}{M_{air}} = 287 \frac{m^2}{s^2 \cdot ^\circ K}$ <p>mit / with $M_{air} = 0,02896 \frac{kg}{mol}$ (molare Masse der Luft / <i>molar mass of the air</i>)</p>
97	Masse in einem abgeschlossenem Raum <i>mass in a closed room</i>	$m^* = \frac{p \cdot V}{R_s \cdot T} [kg]$
98		
99	Hinweise <i>advice</i>	<p>Achtung! In beiden Kammern (vor und hinter dem Kolben) herrscht stets der gleiche Druck! Die Luftmasse in den Kammervolumen $V_1 + V_2$ ist konstant für den jeweiligen Teilzyklus $0^\circ KW \leq \varphi \leq 180^\circ KW$ bzw. $180^\circ KW \leq \varphi \leq 360^\circ KW$ infolge des jeweiligen Öffnens von Einlass bzw. Auslass in OT und UT. Daher gilt Attention! <i>The same pressure acts in all hollow spaces (in front and behind the piston)! The mass of the air in all hollow spaces $V_1 + V_2$ is constant for each cycle $0^\circ KW \leq \varphi \leq 180^\circ KW$ respectively $180^\circ KW \leq \varphi \leq 360^\circ KW$ due to the pop action of the inlet valve respectively the outlet valve in OT and UT. Therefore we can postulate:</i></p>
100	Masse <i>mass</i>	$m_1^* = m(0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ) = \frac{p_{atm}}{R_s} \cdot \left[\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2} \right] = \frac{p(s(\varphi))}{R_s} \cdot \left[\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2} \right] = const$ $m_2^* = m(180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ) = \frac{p_{atm}}{R_s} \cdot \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2} \right] = \frac{p(s(\varphi))}{R_s} \cdot \left[\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2} \right] = const$

101	Druck <i>pressure</i>	$p(s(0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ)) = p_1(s(\varphi)) = \frac{m_1^* \cdot R_s}{\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2}}$ $p(s(180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ)) = p_2(s(\varphi)) = \frac{m_2^* \cdot R_s}{\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2}}$	
102		$p(s(0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ)) = p_1(s(\varphi)) = \frac{p_{atm} \cdot [\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}]}{\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2}}$ $p(s(180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ)) = p_2(s(\varphi)) = \frac{p_{atm} \cdot [\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}]}{\frac{V_1(s(\varphi))}{T_1} + \frac{V_2(s(\varphi))}{T_2}}$	
103	konstantes Glieder in den Zählern <i>constant member in the numerators</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : [\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}] = const$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : [\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}] = const$	
104	Nenner <i>denominator</i>	$\frac{V_1(s)}{T_1} + \frac{V_2(s)}{T_2} = \frac{A_1 \cdot s + V_{d1}}{T_1} + \frac{A_2 \cdot (2 \cdot r - s) + V_{d2}}{T_2} = [\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}] \cdot s + [\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}]$	
105			
106	Lösungsansatz für Mittelwert <i>method of resolution for mean value</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ $0 \leq s \leq 2 \cdot r$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ $2 \cdot r \leq s \leq 0$	$\int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{a \cdot s + b} = \frac{1}{a} \cdot \ln(a \cdot s + b) \Big _{s_2}^{s_1}$
107			
108	Mittlere Drücke <i>mean pressures</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ $0 \leq s \leq 2 \cdot r$	$p_{m1} = \frac{p_{atm}}{2 \cdot r} \cdot \frac{[\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}]}{\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}} \cdot \left[\ln\left([\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}] \cdot s + [\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}]\right) \right] \Big _0^{2r}$ $p_{m1} = \frac{p_{atm}}{2 \cdot r} \cdot \frac{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}{\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}} \cdot \ln \frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{min2}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}$

109		$180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ $2 \cdot r \leq s \leq 0$	$p_{m2} = \frac{p_{atm}}{2 \cdot r} \cdot \frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}} \cdot \ln\left(\left[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}\right] \cdot s + \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}\right]\right)^{\frac{2r}{0}}$ $p_{m2} = \frac{p_{atm}}{2 \cdot r} \cdot \frac{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}{\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}} \cdot \ln\left(\frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}\right)$	
110	mittlerer Arbeitsdruckdifferenz <i>mean difference of working pressure</i>	$\Delta p_m = p_{m1} - p_{m2} = \frac{\frac{(V_{1max} - V_{1min})}{T_1} - \frac{(V_{2max} - V_{2min})}{T_2}}{\frac{2 \cdot r \cdot A_1}{T_1} - \frac{2 \cdot r \cdot A_2}{T_2}} \cdot p_{atm} \cdot \ln\left(\frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}\right) = p_{atm} \cdot \ln\left(\frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}\right)$ $(V_{1max} - V_{1min}) = 2 \cdot r \cdot A_1 \quad (V_{2max} - V_{2min}) = 2 \cdot r \cdot A_2$		
111				
112	$W = \text{Kraft} \times \text{Weg} = \text{Druck} \times \text{Fläche} \times \text{Weg}$ $W = \text{force} \times \text{travel} = \text{pressure} \times \text{area} \times \text{travel}$			
113	Geleistete Arbeit des Motors (Kolben / Zylinder) für eine (1) Umdrehung	Arbeit für $0^\circ \text{KW} \leq \varphi \leq 180^\circ \text{KW}$:	$W_1 = 2 \cdot r \cdot A_3 \cdot (p_{m1} - p_{atm})$	
114	<i>output of work of the engine (piston / cylinder) for one (1) turn</i>	Arbeit für $180^\circ \text{KW} \leq \varphi \leq 360^\circ \text{KW}$:	$W_2 = 2 \cdot r \cdot A_3 \cdot (p_{atm} - p_{m2})$	
115	Gesamtarbeit für $0^\circ \text{KW} \leq \varphi \leq 360^\circ \text{KW}$		$W = W_1 + W_2 = 2 \cdot r \cdot A_3 \cdot (p_{m1} - p_{m2}) = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{D_1^2}{4} \cdot \Delta p_m$	
116				
117	Berechnung der zugeführten Energie (Erwärmung + Druckerhöhung) <i>input of energy (heat input + pressure increase)</i>	$Q = C_V \cdot M_{O_2} \cdot (T_2 - T_1) + 2 \cdot r \cdot (p_{m1} - p_{atm}) \cdot A_3$		
118	Masse im Zylinder, die erwärmt wird <i>Mass in the cylinder which is heated</i>	$M_{O_2} = \frac{V_{O_2max} \cdot p_{atm}}{R_S \cdot T_{max}}$		
119				
120	Mittlere mechanische Leistung des Motors (Kolben-Zylinder)	$P = \text{Kraft} \times \text{Weg}/\text{Zeit} = \text{Druck} \times \text{Fläche} \times \text{Weg}/\text{Zeit}$ $P = \text{force} \times \text{travel}/\text{time} = \text{pressure} \times \text{area} \times \text{travel}/\text{time}$		
121	<i>mean mechanical engine output power (piston - cylinder)</i>	$P_m = 2 \cdot r \cdot n_s \cdot A_3 \cdot \Delta p_m$		Die Drehzahl n_s [s^{-1}] kann nur durch Messung bestimmt werden. <i>The engine speed n_s [s^{-1}] can determined by measurement only.</i>

122	Momentane Leistung (Kolben - Zylinder) <i>Current power (piston - cylinder)</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : P(s(\varphi(t))) = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \frac{ds}{dt} = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \left[\frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right] = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot \frac{ds}{d\varphi} = (p_{atm} - p) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot s'$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P(s(\varphi(t))) = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \frac{ds}{dt} = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \left[\frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right] = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot \frac{ds}{d\varphi} = (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot s'$
123	Zusammenhang Winkelgeschwindigkeit - Drehzahl - Weg <i>Connection of angular speed - engine speed - travel</i>	$\varphi = \omega \cdot t; \quad \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \omega; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} = 2 \cdot \pi \cdot n_s; \quad n_s = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}; \quad \frac{ds}{d\varphi} = s'; \quad ds = s' \cdot d\varphi$ $s(\varphi) = r \cdot [(1 - \cos \varphi) + \frac{1}{\lambda} \cdot (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi})]; \quad s(\varphi = 0) = 0; \quad s(\varphi = \pi) = 2 \cdot r; \quad s(\varphi = 2 \cdot \pi) = 0$
124	Mittlere mechanische Leistung (Kolben - Zylinder) über eine (1) Umdrehung der Kurbelwelle <i>Mean mechanical engine power (piston - cylinder) during one (1) turn of crank shaft</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \int_0^\pi (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot \frac{ds}{d\varphi} \cdot d\varphi + \int_\pi^{2\pi} (p - p_{atm}) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot \frac{ds}{d\varphi} \cdot d\varphi \right\}$ $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : P_{m1} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^\pi P(s(\varphi(t))) \cdot d\varphi = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{2r} \left(p_{atm} \cdot \frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\left[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2} \right] \cdot s + \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2} \right]} - p_{atm} \right) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot ds$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_{m2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_\pi^{2\pi} P(s(\varphi(t))) \cdot d\varphi = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{2r}^0 \left(p_{atm} \cdot \frac{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}}{\left[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2} \right] \cdot s + \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2} \right]} - p_{atm} \right) \cdot A_3 \cdot \omega \cdot ds$
125	Vereinbarungen zur Lösung <i>arrangements for solving</i>	$a = \left[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2} \right]; \quad b = \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2} \right]; \quad c = p_{atm} \cdot A_3 \cdot \frac{\omega}{2\pi}; \quad C_1 = \left[\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2} \right]; \quad C_2 = \left[\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2} \right]$
126		$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : P_{m1} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = \frac{c}{a} \cdot C_1 \cdot \int_0^{2r} \left(\frac{a}{a \cdot s + b} - \frac{a}{C_1} \right) ds$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_{m2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_\pi^{2\pi} P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = \frac{c}{a} \cdot C_2 \cdot \int_{2r}^0 \left(\frac{a}{a \cdot s + b} - \frac{a}{C_2} \right) \cdot ds$
127		$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : P_{m1} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = \frac{c}{a} \cdot C_1 \cdot \int_0^{2r} \left(\frac{a}{a \cdot s + b} - \frac{a}{C_1} \right) \cdot ds = \frac{c}{a} \cdot C_1 \cdot \left[\ln(a \cdot s + b) - \frac{a}{C_1} \cdot s \right] \Big _0^{2r}$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_{m2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_\pi^{2\pi} P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = \frac{c}{a} \cdot C_2 \cdot \int_{2r}^0 \left(\frac{a}{a \cdot s + b} - \frac{a}{C_2} \right) \cdot ds = \frac{c}{a} \cdot C_2 \cdot \left[\ln(a \cdot s + b) - \frac{a}{C_2} \cdot s \right] \Big _{2r}^0$
128		$0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ : P_{m1} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = + \frac{c}{a} C_1 \cdot \{ [\ln(2 \cdot r \cdot a + b) + 2 \cdot r \cdot \frac{a}{C_1}] - \ln(b) \}$ $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_{m2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_\pi^{2\pi} P(s(\varphi)) \cdot d\varphi = - \frac{c}{a} C_2 \cdot \{ [\ln(2 \cdot r \cdot a + b) + 2 \cdot r \cdot \frac{a}{C_2}] - \ln(b) \}$

129		$P_m = P_{m1} + P_{m2}$		
130		$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = \frac{c}{a} \cdot C_1 \cdot \{[\ln(2 \cdot r \cdot a + b) + 2 \cdot r \cdot \frac{a}{C_1}] - \ln(b)\} - \frac{c}{a} \cdot C_2 \cdot \{[\ln(2 \cdot r \cdot a + b) + 2 \cdot r \cdot \frac{a}{C_2}] - \ln(b)\}$		
131		$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{p_{atm} \cdot A_3 \cdot \omega}{[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}]} \cdot \{[\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}] - [\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}]\} \cdot \{ \ln(2 \cdot r \cdot [\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}] + \frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}) - \ln(\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}) \}$		
132		$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot p_{atm} \cdot A_3 \cdot \frac{[\frac{A_1 \cdot 2 \cdot r}{T_1} - \frac{A_2 \cdot 2 \cdot r}{T_2}]}{[\frac{A_1}{T_1} - \frac{A_2}{T_2}]} \cdot \{ \ln(\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}) - \ln(\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}) \}$		
133		$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = \frac{r}{\pi} \cdot A_3 \cdot \omega \cdot p_{atm} \cdot \ln \left(\frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}} \right)$ mit / with $p_m = p_{atm} \cdot \ln \left(\frac{\frac{V_{1max}}{T_1} + \frac{V_{2min}}{T_2}}{\frac{V_{1min}}{T_1} + \frac{V_{2max}}{T_2}} \right)$; $\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$; $n_s = \frac{n}{60} = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} [rps]$		
134	Mittlere mechanische Leistung des Motors (Kolben - Zylinder) <i>mean mechanical power of engine (piston - cylinder)</i>	$0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ : P_m = r \cdot \frac{\omega}{\pi} \cdot A_3 \cdot \Delta p_m = 2 \cdot r \cdot n_s \cdot A_3 \cdot \Delta p_m$		
135	Wirkungsgrad des Motors*) <i>efficiency of engine (piston-cylinder)</i>	$\eta_{mech} = \frac{W}{Q} = \frac{2 \cdot r \cdot A_3 \cdot (p_{m1} - p_{m2})}{C_V \cdot M_{02} \cdot (T_2 - T_1) + 2 \cdot r \cdot A_3 \cdot (p_{m1} - p_{atm})}$	Carnot-Wirkungsgrad <i>Carnot-efficiency</i>	$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$
136	*) Korrektur nach einem Hinweis von H. Heck			
137	Qellen: / sources: *) Im März 1952 wurde in der britischen Zeitschrift "Newnes Practical Mechanics" der Motor der Öffentlichkeit vorgestellt.			
138	**) Pierre Gras: http://www.moteurairchaud.com/manson/theorie.php			