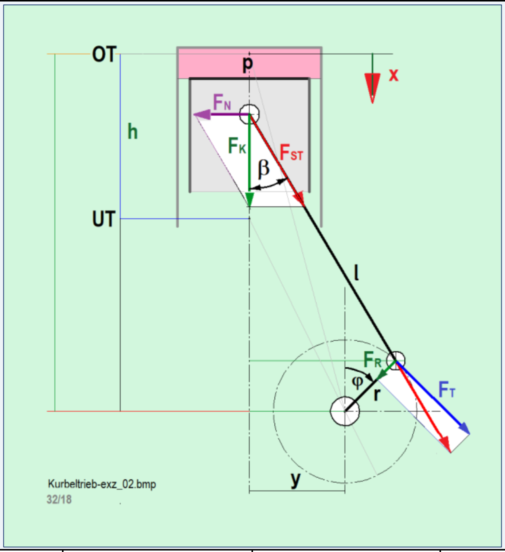
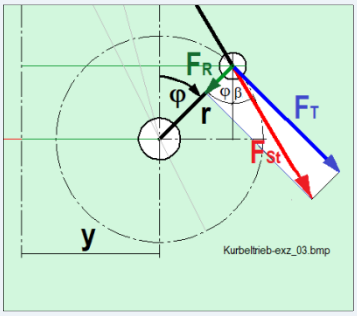
Bemerkungen Remarks	Kinematik und Kinetik des geschränkten Kurbeltriebes	Kinematics and Kinetics of the offset crank mechanism	
	Funktionsprinzip / Skizze	**Functional principle / Sketch**	00
Under construction Jeder kennt es! Everybody kwows it!			01
Parameter	$\frac{1}{\lambda}=\frac{l}{r}$; $e=\frac{y}{r}$; $\bar{h}=h/r$; $\bar{x}(t)=\frac{x(t)}{r}$	$\dot{\bar{x}}(t)=\frac{\dot{x}(t)}{r\cdot\omega}$; $\ddot{\bar{x}}(t)=\frac{\ddot{x}(t)}{r\cdot\omega^2}$; $A_k=\frac{\pi\cdot d^2}{4}$	02
	Geometrie und Kinematik	**Geometry and Kinematics**	00
$\varphi(t)[°]=°KW$	$\varphi(t)=\omega\cdot t$	$\dot{\varphi}(t)=\omega$	01
$cos\beta=\sqrt{1-sin^2\beta}$	$sin\beta=\frac{y+r\cdot sin\varphi}{l}$	$cos\beta=\sqrt{1-\frac{(y+r\cdot sin\varphi)^2}{l^2}}$	02
	$sin\beta=\lambda\cdot(e+sin\varphi)$	$cos\beta=\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}$	03
$sin\beta=\frac{1}{\lambda}\cdot(e+sin\varphi)$	$\frac{d}{dt}[sin\beta]=\dot{\beta}(t)\cdot cos\beta=\omega\cdot\lambda\cdot cos\varphi$	$\dot{\beta}(t)=\omega\cdot\lambda\cdot\frac{cos\varphi}{cos\beta}=\frac{\omega\cdot\lambda\cdot cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}}$	04
			05
OT	$OT=\sqrt{(l+r)^2-y^2}$	$OT: sin\beta(x=0)=\frac{e}{1+\lambda}$; $\overline{OT}=\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2-e^2}$	06
UT	$UT=l\cdot\sqrt{(l-r)^2-y^2}$	$UT:\ sin\beta(x=x_{max})=\frac{e}{1-\lambda}$; $\overline{UT}=\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)^2-e^2}$	07
	$h=OT-UT=\sqrt{(l+r)^2-y^2}-\sqrt{(l-r)^2-y^2}$	$\bar{h}=\overline{OT}-\overline{UT}=\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2-e^2}-\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)^2-e^2}$	08
	Kolbenweg $x(t)$	**Piston travel $x(t)$**	00
	$x(t)=OT-r\cdot cos\varphi-l\cdot cos\beta$		01
	$x(t)=OT-r\cdot cos\varphi-l\cdot\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}$		02
$\bar{x}(t)=\frac{x(t)}{r}$	$x(t)=r\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2-e^2}-cos\varphi-\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}-(e+sin\varphi)^2}\right)\ [m]$	$\bar{x}(t)=\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2-e^2}-cos\varphi-\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}-(e+sin\varphi)^2}\ [-]$	03
	Kolbengeschwindigkeit $\dot{x}(t)$	**Piston velocity $\dot{x}(t)$**	00
$\dot{\beta}(t)=\omega\cdot\lambda\cdot\frac{cos\varphi}{cos\beta}$	$\dot{x}(t)=\frac{d}{dt}[x(t)]\cdot\frac{d\varphi}{dt}=r\cdot\omega\cdot sin\varphi+l\cdot\dot{\beta}\cdot sin\beta$		01
$\frac{d\varphi}{dt}=\omega,\ tan\beta=\frac{sin\beta}{cos\beta},$	$\dot{x}(t)=r\cdot\omega\cdot sin\varphi+l\cdot\omega\cdot\lambda\cdot cos\varphi\cdot\frac{sin\beta}{cos\beta}$		02
$l\cdot\lambda=r$; $\dot{\bar{x}}(t)=\frac{\dot{x}(t)}{r\cdot\omega}$	$\dot{x}(t)=r\cdot\omega\cdot\left(sin\varphi+cos\varphi\cdot\frac{e+sin\varphi}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}-(e+\lambda\cdot sin\varphi)^2}}\right)\ [\frac{m}{s}]$	$\dot{\bar{x}}(t)=sin\varphi+cos\varphi\cdot\frac{(e+sin\varphi)}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}-(e+sin\varphi)^2}}\ [-]$	03
	Kolbenbeschleunigung $\ddot{x}(t)$	**Piston acceleration $\ddot{x}(t)$**	00
$tan\beta=\frac{sin\beta}{cos\beta}$	$\ddot{x}(t)=\frac{d}{dt}[\dot{x}(t)]=r\cdot\omega\cdot\frac{d}{dt}[sin\varphi+cos\varphi\cdot tan\beta]$		01
$\frac{d}{dt}[tan\,\beta]=\frac{\dot{\beta}}{cos^2\beta}$	$\ddot{x}(t)=\frac{d}{dt}[\dot{x}(t)]=r\cdot\omega\cdot\left(cos\varphi-\omega\cdot sin\varphi\cdot tan\beta+cos\varphi\cdot\frac{\dot{\beta}}{cos^2\beta}\right)$		02
$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{v\cdot u'-u\cdot v'}{v^2}$	$\ddot{x}(t)=r\cdot\omega^2\cdot\left(cos\varphi-sin\varphi\cdot\frac{\lambda\cdot(e+sin\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}}+cos\varphi\cdot\frac{\frac{\lambda\cdot cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}}}{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}\right)$		03
$\ddot{\bar{x}}(t)=\frac{\ddot{x}(t)}{r\cdot\omega^2}$	$\ddot{x}(t)=r\cdot\omega^2\cdot\left(cos\varphi-\lambda\cdot\frac{sin\varphi\cdot(e+sin\varphi)\cdot(1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2)-cos^2\varphi}{\left(\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}\right)^3}\right)\ [\frac{m}{s^2}]$	$\ddot{\bar{x}}(t)=\left(cos\varphi-\lambda\cdot\frac{sin\varphi\cdot(e+sin\varphi)\cdot(1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2)-cos^2\varphi}{\left(\sqrt{1-\lambda^2\cdot(e+sin\varphi)^2}\right)^3}\right)\ [-]$	04
	Berechnung siehe Excel-Datei / Calculation see Excel-file: www.jbladt.de/technik/sonstiges-miscellaneous/		05

	Kräfte, Moment, Leistung	Forces, moment, power	00
	$p(t)$	$F_K = p(t) \cdot A_K$	01
	$F_{St} = \frac{F_K}{cos\beta} = F_K \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}}$	$F_N = F_K \cdot \frac{sin\beta}{cos\beta} = F_K \cdot \frac{\lambda \cdot (e+sin\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}}$	02
			03
	$F_R = F_{St} \cdot \cos(\varphi+\beta) = F_K \cdot \frac{\cos(\varphi+\beta)}{cos\beta}$	$F_T = F_{St} \cdot \sin(\varphi+\beta) = F_K \cdot \frac{\sin(\varphi+\beta)}{cos\beta}$	04
	$\cos(\varphi+\beta) = cos\varphi \cdot cos\beta - sin\varphi \cdot sin\beta$	$\sin(\varphi+\beta) = sin\varphi \cdot cos\beta + cos\varphi \cdot sin\beta$	05
	$F_R = F_K \cdot \frac{cos\varphi \cdot cos\beta - sin\varphi \cdot sin\beta}{cos\beta}$	$F_T = F_K \cdot \frac{\sin\varphi \cdot cos\beta + cos\varphi \cdot sin\beta}{cos\beta}$	06
	$F_R = F_K \cdot \left(cos\varphi - \frac{\lambda \cdot sin\varphi \cdot (e+sin\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}}\right)$	$F_T = F_K \cdot \left(\sin\varphi + \frac{\lambda \cdot cos\varphi \cdot (e+sin\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}}\right)$	07
momentan / at the moment	$M_t(\varphi) = F_R(\varphi) \cdot r$	$P(\varphi) = F_T(\varphi) \cdot r \cdot \omega$	08
Mittelwert / average value $\phi = 2\pi, 4\pi, \ldots$	$M_{tm} = \frac{r}{\phi} \cdot \int_0^{\Phi} F_T(\varphi)\, d\varphi$	$P_m = \frac{\omega \cdot r}{\phi} \cdot \int_0^{\Phi} F_T(\varphi)\, d\varphi$	09
			10

Die Wurzeln der exakten Gleichungen können durch die ersten beiden Glieder der Potenzreihe genähert werden. Damit ergeben sich unkomplizierte Gleichungen mit ausreichender Genauigkeit für die weitere Verwendung (Differenzieren, Integrieren). The roots of the exact equations can be approximated by the first two terms of the power series. This provides uncomplicated equations with sufficient accuracy for further use (differentiating, integrating).	00

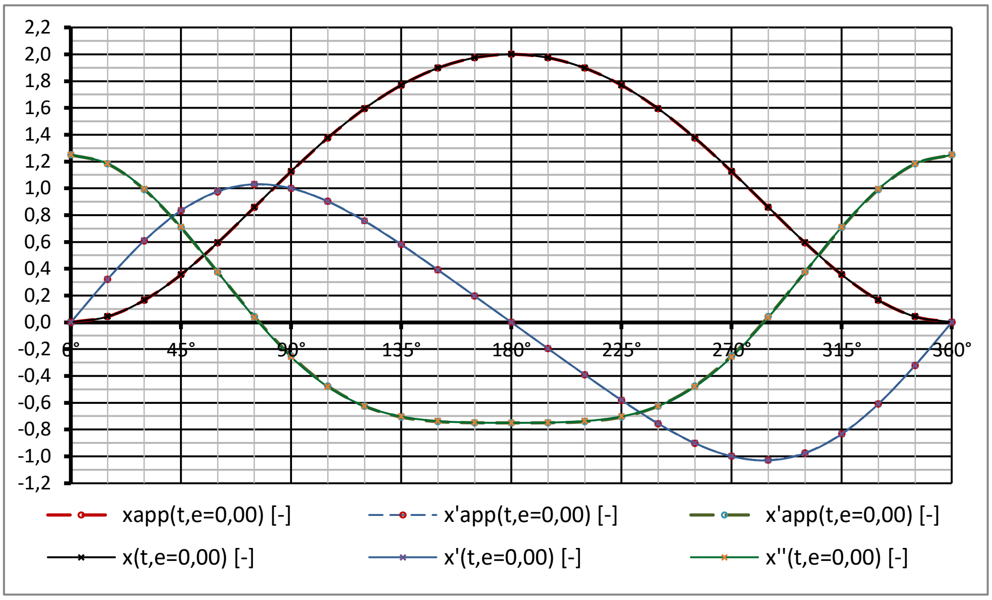
	Von der exakten Gleichung zur Näherungsgleichung **From the exact equation to the approximate equation**		00
Kolbenweg Piston travel	Exakte Gleichung Exact equation	$\boldsymbol{x(t) = r \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2 - e^2} - cos\varphi - \frac{1}{\lambda}\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}\right)}$	01
	Dimensionlose Gleichung Dimensionless equation	$\boldsymbol{\bar{x}(t) = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2 - e^2} - cos\varphi - \frac{1}{\lambda}\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2}}$	02
Die beiden ersten Glieder der Potenzreihe [1] The first two members of the power series		$\sqrt{1-y} = \mathbf{1 - \frac{1}{2} \cdot y} - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \cdot y^2 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot y^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \ldots \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2} \cdot (e + \cdot\, sin\varphi)^2$	03
Näherung der Wurzelterme Approximation of the radicals (roots)		$\sqrt{1-\lambda^2 \cdot (e+sin\varphi)^2} \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2} \cdot (e+sin\varphi)^2$	04
		$\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)^2 - e^2} = \left(\frac{1}{\lambda}+1\right) \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \cdot e^2}{(1+\lambda)^2}} \approx \left(\frac{1}{\lambda}+1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda^2 \cdot e^2}{(1+\lambda)^2}\right) = \frac{1}{\lambda} + 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot e^2}{1+\lambda}$	05
			06
Ersetzen der Wurzel Replace of the radical (root)		$\bar{x}(t) = \frac{1}{\lambda} + 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot e^2}{1+\lambda} - cos\varphi - \frac{1}{\lambda} \cdot \left(1 - \frac{\lambda^2}{2} \cdot (e+sin\varphi)^2\right)$	07
		$\bar{x}(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot e^2}{1+\lambda} + 1 - cos\varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot (e+sin\varphi)^2$	08
$sin^2\varphi == \frac{1}{2}(1-cos2\varphi)$		$\bar{x}(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot e^2}{1+\lambda} + 1 - cos\varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot (e^2 + 2 \cdot e \cdot sin\varphi + sin^2\varphi)$	09
		$\bar{x}(t) = \frac{\lambda}{2} \cdot e^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot e^2}{1+\lambda} + 1 - cos\varphi + +\lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \frac{\lambda}{4}(1-cos2\varphi)$	10
		$\bar{x}(t) = \frac{\lambda^2 \cdot e^2}{2 \cdot (1+\lambda)} + 1 - cos\varphi + \lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \frac{\lambda}{4}(1-cos2\varphi)$	11
			12
Kolbenweg **Piston path**		$x(t) = r \cdot \left(\frac{\lambda^2 \cdot e^2}{2 \cdot (1+\lambda)} + 1 - cos\varphi + \lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \frac{\lambda}{4}(1-cos2\varphi)\right)$	13
Allgemein General		$\bar{x}(t) = \frac{\lambda^2 \cdot e^2}{2 \cdot (1+\lambda)} + 1 - cos\varphi + \lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \frac{\lambda}{4}(1-cos2\varphi)$	14
$e = 0$		$\bar{x}(\varphi) = 1 - \cos\varphi + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \varphi))$	15
			16
Geschwindigkeit **Velocity**		$\dot{x}(t) = r \cdot \omega \cdot \left(sin\varphi + \lambda \cdot e \cdot cos\varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot sin2\varphi\right)$	17
Allgemein General		$\dot{\bar{x}}(t) = sin\varphi + \lambda \cdot e \cdot cos\varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot sin2\varphi$	18
$e = 0$		$\dot{\bar{x}}(t) = sin\varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot sin2\varphi$	19
			20
Beschleunigung **Accelleration**		$\ddot{x}(t) = r \cdot \omega^2 \cdot (cos\varphi - \lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \lambda \cdot cos2\varphi)$	21
Allgemein General		$\ddot{\bar{x}}(t) = cos\varphi - \lambda \cdot e \cdot sin\varphi + \lambda \cdot cos2\varphi$	22
$e = 0$		$\ddot{\bar{x}}(t) = cos\varphi + \lambda \cdot cos2\varphi$	23

Literatur: [1] Hans-Jochen Bartsch, Taschenbuch Mathematischer Formeln, Fachbuchverlag Leipzig, 18. Auflage, 1999, Seite 535	00

r [mm]	20	r[-]	1
l [mm]	80	λ [-]	0,25
y [mm]	**0**	**e [-]**	**0**
ω [1/s]	500	-	-
OT [mm]	100	x_{OT} [-]	5
UT [mm]	60	x_{UT} [-]	3
h [mm]	40	h [-]	2
φ(OT)	0°		
φ(UT)	180°		

Vergleich von exakter Lösung und genäherter Lösung (app)

Comparison of exact solution and approximated solution (app)



r [mm]	20	r[-]	1
l [mm]	80	λ [-]	0,25
y [mm]	**20**	**e [-]**	**1**
om [1/s]	500	-	-
OT [mm]	97,98	x_{OT} [-]	4,899
UT [mm]	56,56	x_{UT} [-]	2,828
h [mm]	41,42	h [-]	2,071
φ(OT)	-11,54°		
φ(UT)	160,53°		

Vergleich von exakter Lösung und genäherter Lösung (app)

Comparison of exact solution and approximated solution (app)