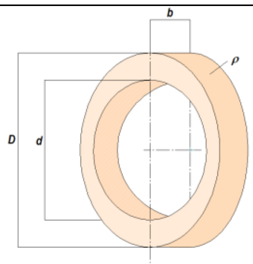
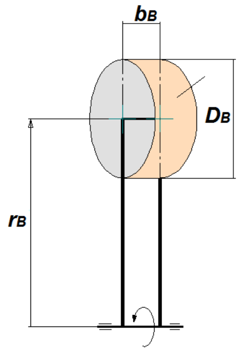
Grundelemente zur Berechnung von Massenträgheitsmomenten von Schwungrädern

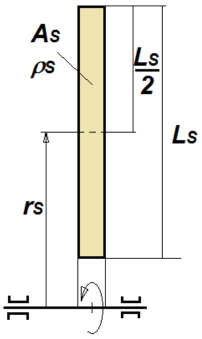
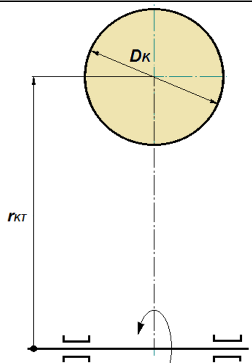
Warum?

Im Modellbau werden häufig Außendurchmesser und Gewicht zur Charakterisierung eines Schwungrades angegeben. Diese Angaben reichen nicht aus für eine Umrechnung für ein gleichwertiges Schwungrad mit veränderten geometrischen Abmessungen, veränderter Materialdichte oder die Dimensionierung eines aus zwei oder mehreren Schwungrädern bestehenden Systems.

Ein Schwungrad wird durch die Massenträgheitsmomente I_{XX} der rotierenden Massen charakterisiert.
Die rotierenden Massen bestehen im Allgemeinen aus Kreisscheiben, Ringen mit Bohrungen, Speichen bzw. Kugeln.
Aus der Summierung der einzelnen Trägheitsmomente ergibt sich das Gesamtträgheitsmoment.

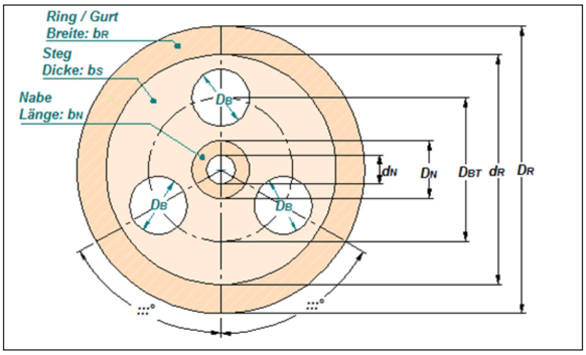
Im Folgenden werden wesentliche Elemente angegeben, die für die Berechnung des Massenträgheitsmomentes eines Schwungrades geeignet sind.

Bezeichnung	Formel	
A ***Massenträgheit eines Ringes*** *(Gurt, Nabe, Steg)*	 	**A**
Massenträgheitsmoment	$I_{Rxx} = \frac{\pi}{32} \cdot \rho \cdot b \cdot (D^4 - d^4) = \frac{m}{8} \cdot (D^2 + d^2)\ [kg \cdot cm^2]$	
• Außendurchmesser	$D\ [cm]$	
• Innendurchmesser	$d\ [cm]$	
• Breite	$b\ [cm]$	
• Dichte	$\rho\ [kg]/cm^3]$	
• Masse	$m = \rho \cdot b \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)\ [kg]$	
B ***Massenträgheit einer exzentrischen Scheibe*** *(Zur Reduzierung der Massenträgheit eines Schwungrades mit Bohrungen)*	 	**B**
Massenträgheitsmoment	$I_{Bxx} = b_B \cdot \rho_B \cdot \pi \cdot \frac{D_B^2}{4} \cdot r_B^2 + \frac{\pi}{32} \cdot \rho_B \cdot b_B \cdot D_B^4 = m_B \cdot \left[r_B^2 + \frac{1}{8} \cdot D_B^2\right]$	
• Durchmesser der Scheibe bzw. Bohrung	$D_B\ [cm]$	
• Breite der Scheibe bzw. Bohrung	$b_B\ [cm]$	
• Dichte des Materials bzw. Bohrungsumgebung	$\rho_B\ [kg/cm^3]$	
• Abstandsradius der Scheibe bzw. Bohrung (Exzentrizität) von der Drehachse	$r_B\ [cm]$	
• Masse (fiktiv)	$m_B = \rho_B \cdot b_B \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_B^2$	

	C ***Massenträgheit eines schlanken, exzentrischen, drehenden Körpers*** (Stab / Speiche)			**C**
	Massenträgheitsmoment	$I_{Sxx} = \rho_S \cdot A_S \cdot L_S \cdot \left(r_S^2 + \frac{L_S^2}{12} \right) = m_S \cdot \left(r_S^2 + \frac{L_S^2}{12} \right) \; [kg \cdot m^2]$		
	• Querschnittsfläche Stab bzw. Speiche	Rechteck: $A_{S\boxplus} = a_S \cdot b_S$, Kreis: $A_{S\oplus} = \pi \cdot D_S^2/4$		
	• Länge des Stabes bzw. Speiche	$L_S \; [cm]$		
	• Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse	$r_s \; [cm]$		
	• Dichte des Materials	$\rho_S \; [kg/cm^3]$		
	• Masse	$m_S = \rho_S \cdot A_S \cdot L_S \; [kg]$		
	D ***Massenträgheitsmoment einer Kugel*** (für Schwungrad mit peripher angeordneten Kugeln)			**D**
	Massenträgheitsmoment	$I_{Kxx} = m_K \cdot \left(r_{KT}^2 + \frac{1}{10} \cdot D_K^2 \right)$		
	• Durchmesser der Kugel	$D_K \; [cm]$		
	• Teilkreisradius für Kugel Mittelpunkte	$r_{KT} \; [cm]$		
	• Dichte des Materials	$\rho_K \; [kg/cm^3]$		
	Masse der Kugel	$m_K = \rho_K \cdot \pi/6 \cdot D_K^3$		

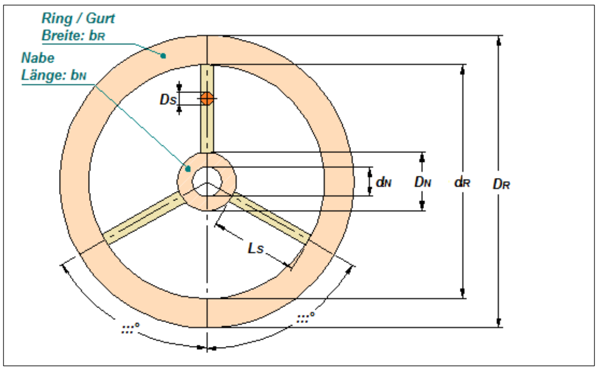
Beispiele

Masse und Massenträgheitsmoment eines Schwungrades mit Steg und Bohrungen im Steg



Bemerkungen zur Berechnung	Beispiele					
Außenring / Gurt			Input Beispiel		***Beispiel/Skizze***	
Außendurchmesser	D_R [cm]		6,40	◄	10,00	
Innendurchmesser	d_R [cm]		4,80	◄	8,00	
Breite	b_R [cm]		1,00	◄	1,50	
Dichte des Materials	ρ_R [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080	
Nabe						
Außendurchmesser	D_N [cm]	$d_R > D_N > d_N$	1,20	◄	2,00	
Innendurchmesser	d_N [cm]		0,80	◄	1,00	
Länge	b_N [cm]		1,00	◄	2,00	
Dichte des Materials	ρ_N [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080	
Steg						
Breite	b_S [cm]	$b_s < b_R, b_N$	0,40	◄	0,30	
Dichte des Materials	ρ_S [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080	
Bohrungen im Steg						
Durchmesser	D_B [cm]	$D_B < (d_R-D_N) / 2$	1,50	◄	2,00	
Teilkreisdurchmesser	D_{BT} [cm]	$D_N + D_B < D_{BT} < d_R - D_B$	3,00	◄	5,00	
Anzahl der Bohrungen	***i_B [-]***		***6***	◄	3	
Ergebnisse						
Massen						
Masse des Außenringes	m_R [kg]	$\rho_R \cdot b_R \cdot \pi/4 \cdot (D_R^2-d_R^2)$	0,1154	81,60%	0,3393	72,58%
Masse des Steges	m_S [kg]	$\rho_S \cdot b_S \cdot \pi/4 \cdot (D_S^2-d_S^2)$	0,0556	39,34%	0,1131	24,19%
Masse der Bohrungen (-)	m_B [kg]	$- i \cdot \rho_S \cdot b_S \cdot \pi/4 \cdot D_B^2$	-0,0348	-24,59%	-0,0226	-4,84%
Masse der Nabe	m_N [kg]	$\rho_N \cdot b_N \cdot \pi/4 \cdot (D_N^2-d_N^2)$	0,00515	3,64%	0,03770	8,06%
Gesamtmasse	m_G [kg]	$m_R+m_S+m_B+m_N$	**0,1414**	**100%**	**0,4675**	**100%**
Massenträgheitsmomente						
Massenträgheit des Außenringes	I_{Rxx} [kg]	$m_R / 8 \cdot (D_R^2+d_R^2)$	0,9233	91,70%	6,9555	89,31%
Massenträgheit des Steges	I_{Sxx} [kg]	$m_S / 8 \cdot (D_S^2+d_N^2)$	0,1703	16,91%	0,9613	12,34%
Massenträgheit der Bohrungen (-)	I_{Bxx} [kg]	$m_B \cdot (D_{TB}/2)^2+1/8 \cdot D_B^2)$	-0,0880	-8,74%	-0,1527	-1,96%
Massenträgheit der Nabe	I_{Nxx} [kg]	$m_N / 8 \cdot (D_N^2+d_N^2)$	0,00134	0,13%	0,02356	0,30%
Gesamtmassenträgheit	I_{Gxx} [kg]	$m_R+m_S+m_B+m_N$	**1,0069**	**100%**	**7,7877**	**100%**

Masse und Massenträgheitsmoment eines Schwungrades mit Ø-Speiche

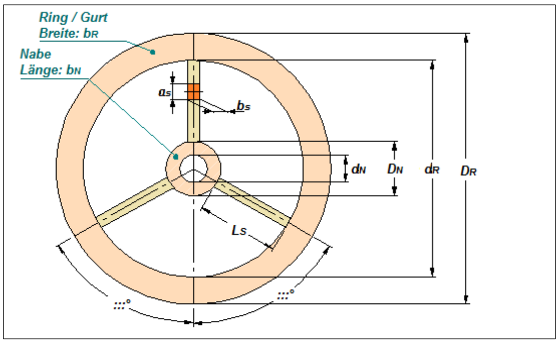


Bemerkungen zur Berechnung	Beispiele				
Außenring / Gurt			**Input**	Beispiel	***Beispiel***
Außendurchmesser	D_R [cm]		6,40	◄	10,00
Innendurchmesser	d_R [cm]		4,80	◄	8,00
Breite	b_R [cm]		1,00	◄	1,50
Dichte des Materials	ρ_R [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080
Nabe					
Außendurchmesser	D_N [cm]	$d_R > D_N > d_N$	1,20	◄	2,00
Innendurchmesser	d_N [cm]		0,80	◄	1,00
Länge	b_N [cm]		1,00	◄	2,00
Dichte des Materials	ρ_N [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080
Speiche mit kreisförmigem Querschnitt					
Durchmesser der Speiche	D_S [cm]	$b_s < b_R$, b_N	0,40	◄	0,40
Dichte des Materials	ρ_S [kg/cm³]		0,0082	◄	0,0080
Anzahl der Speichen	***i_S [-]***		***6***	◄	6

Ergebnisse

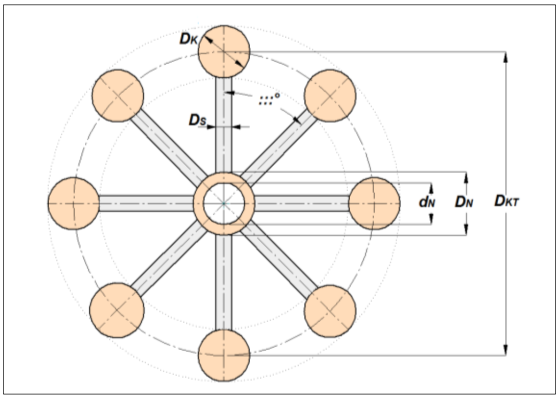
Massen						
Masse des Außenringes	m_R [kg]	$\rho_R \cdot b_R \cdot \pi/4 \cdot (D_R^2 - d_R^2)$	0,1154	87,64%	0,3393	85,88%
Masse der Speichen	m_S [kg]	$i \cdot \rho_S \cdot (d_R - D_N)/2 \cdot \pi/4 \cdot D_S^2$	0,0111	8,45%	0,0181	4,58%
Masse der Nabe	m_N [kg]	$\rho_N \cdot b_N \cdot \pi/4 \cdot (D_N^2 - d_N^2)$	0,00515	3,91%	0,03770	9,54%
Gesamtmasse	m_G [kg]	$m_R + m_S + m_N$	**0,1317**	**100%**	**0,3951**	**100%**
Massenträgheitsmomente						
Massenträgheit des Außenringes	I_{Rxx} [kg]	$m_R / 8 \cdot (D_R^2 + d_R^2)$	0,9233	96,92%	6,9555	97,89%
Massenträgheit der Speichen	I_{Sxx} [kg]	$m_S \cdot \{(d_R + D_N)^2/16 + (d_R - D_N)^2/48\}$	0,0280	2,94%	0,1267	1,78%
Massenträgheit der Nabe	I_{Nxx} [kg]	$m_N / 8 \cdot (D_N^2 + d_N^2)$	0,00134	0,14%	0,02356	0,33%
Gesamtmassenträgheit	I_{Gxx} [kg]	$I_{Rxx} + I_{Sxx} + I_{Nxx}$	**0,9527**	**100%**	**7,1057**	**100%**

Masse und Massenträgheitsmoment eines Schwungrades mit □-Speiche



Bemerkungen zur Berechnung	Beispiele					
Außenring / Gurt			**Input** Beispiel		***Beispiel***	
Außendurchmesser	D_R [cm]		6,40	◀	10,00	
Innendurchmesser	d_R [cm]		4,80	◀	8,00	
Breite	b_R [cm]		1,00	◀	1,50	
Dichte des Materials	ρ_R [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0080	
Nabe						
Außendurchmesser	D_N [cm]	$d_R > D_N > d_N$	1,20	◀	2,00	
Innendurchmesser	d_N [cm]		0,80	◀	1,00	
Länge	b_N [cm]		1,00	◀	2,00	
Dichte des Materials	ρ_N [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0080	
Speiche mit rechteckigem Querschnitt						
Breite der Speiche	a_S [cm]		0,40	◀	0,40	
Dicke der Speiche	b_S [cm]	$b_s < b_R, b_N$	0,40	◀	0,40	
Dichte des Materials	ρ_S [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0080	
Anzahl der Speichen	***is [-]***		***6***	◀	6	
Ergebnisse						
Massen						
Masse des Außenringes	m_R [kg]	$\rho_R \cdot b_R \cdot \pi/4 \cdot (D_R^2 - d_R^2)$	0,1154	85,66%	0,3393	84,82%
Masse der Speichen	m_S [kg]	$i \cdot \rho_S \cdot (d_R - D_N)/2 \cdot a_S \cdot b_S$	0,0142	10,52%	0,0230	5,76%
Masse der Nabe	m_N [kg]	$\rho_N \cdot b_N \cdot \pi/4 \cdot (D_N^2 - d_N^2)$	0,00515	3,82%	0,03770	9,42%
Gesamtmasse	m_G [kg]	$m_R + m_S + m_N$	**0,1347**	**100%**	**0,4000**	**100%**
Massenträgheitsmomente						
Massenträgheit des Außenringes	I_{Rxx} [kg]	$m_R / 8 \cdot (D_R^2 + d_R^2)$	0,9233	96,14%	6,9555	97,41%
Massenträgheit der Speichen	I_{Sxx} [kg]	$m_S \cdot \{(d_R + D_N)^2/16 + (d_R - D_N)^2/48\}$	0,0357	3,72%	0,1613	2,26%
Massenträgheit der Nabe	I_{Nxx} [kg]	$m_N / 8 \cdot (D_N^2 + d_N^2)$	0,00134	0,14%	0,02356	0,33%
Gesamtmassenträgheit	I_{Gxx} [kg]	$I_{Rxx} + I_{Sxx} + I_{Nxx}$	**0,9603**	100%	**7,1403**	**100%**

Masse und Massenträgheitsmoment eines Schwungrades mit Kugeln und Ø-Speichen



Bemerkungen zur Berechnung						
Kugel			**Input**		***Beispiel***	
Kugeldurchmesser	D_K [cm]		1,50	◀	1,00	
Teilkreisdurchmesser für Kugeln	D_{KT} [cm]		5,80	◀	5,80	
Dichte des Materials	ρ_K [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0082	
Anzahl der Kugeln	**i_K [-]**		**6**		8	
Nabe						
Außendurchmesser	D_N [cm]	$D_N > d_N$	1,20	◀	1,20	
Innendurchmesser	d_N [cm]		0,80	◀	0,80	
Länge	b_N [cm]		1,00	◀	1,00	
Dichte des Materials	ρ_N [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0082	
Speiche mit kreisförmigem Querschnitt						
Durchmesser der Speiche	D_S [cm]	$b_s < b_K, b_N$	0,40	◀	0,40	
Dichte des Materials	ρ_S [kg/cm³]		0,0082	◀	0,0082	

Ergebnisse

Massen						
Masse der Kugeln	m_R [kg]	$i_K \cdot \rho_K \cdot \pi/6 \cdot D_K^3$	0,0869	85,51%	0,0343	63,21%
Masse der Speichen	m_S [kg]	$i_K \cdot \rho_S \cdot (D_{KT} - D_K - D_N)/2 \cdot \pi/4 \cdot D_S^2$	0,0096	9,42%	0,0148	27,31%
Masse der Nabe	m_N [kg]	$\rho_N \cdot b_N \cdot \pi/4 \cdot (D_N^2 - d_N^2)$	0,00515	5,07%	0,00515	9,48%
Gesamtmasse	m_G [kg]	$m_K + m_S + m_N$	**0,1017**	**100%**	**0,0543**	**100%**
Massenträgheitsmomente						
Massenträgheit des Außenringes	I_{Rxx} [kg]	$m_K/4 \cdot (D_{KT}^2 + 2/5 \cdot D_K^2)$	0,7508	97,23%	0,2923	88,30%
Massenträgheit der Speichen	I_{Sxx} [kg]	$m_K \cdot \{(D_N + D_{KT} - D_K)^2/16 + (D_{KT} - D_K - D_N)^2/48\}$	0,0200	2,59%	0,0374	11,30%
Massenträgheit der Nabe	I_{Nxx} [kg]	$m_N / 8 \cdot (D_N^2 + d_N^2)$	0,00134	0,17%	0,00134	0,40%
Gesamtmassenträgheit	I_{Gxx} [kg]	$I_{Kxx} + I_{Sxx} + I_{Nxx}$	**0,7721**	**100%**	**0,3310**	**100%**